

Projektovanje elektronskih kola

Sadržaj:

1. Uvod - osnovni pojmovi
2. Stilovi projektovanja i izrade prototipova
3. Projektovanje analognih kola
4. Osnove fizičkog projektovanja (projektovanje štampanih ploča)
5. Projektovanje digitalnih kola (vežbe)

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>
14.03.2019.



1

Projektovanje elektronskih kola

Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?

1. Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači,...)
2. Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).
3. Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata (g_m , otpornost, kapacitivnost,...)
4. Proveriti da li smo dobili željeni odziv.
5. Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>
14.03.2019.



2

Projektovanje elektronskih kola

Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?

1. Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači,...)
2. Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).
3. Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata (g_m , otpornost, kapacitivnost,...)
4. Proveriti da li smo dobili željeni odziv.
5. Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>
14.03.2019.



3

Projektovanje elektronskih kola

Sušтина je u

- određivanju vrednosti parametara pojedinih komponenata kola (sinteza) i
- proveru da li je dobijen željeni odziv

Vrednosti parametara određuju se automatski, primenom programa za optimizaciju parametara, a za proveru se koriste programi za analizu kola.

U okviru optimizacije ponavljaju se koraci izračunavanja vrednosti parametara kola koje dovode do smanjenja odstupanja dobijenog odziva od željenog.

14.03.2019.



4

Projektovanje elektronskih kola

Projektovanje analognih kola

Funkcija => šta hoćemo

Šema => kako realizovati

Šta nedostaje?

Vrednosti parametara da bi se dobio

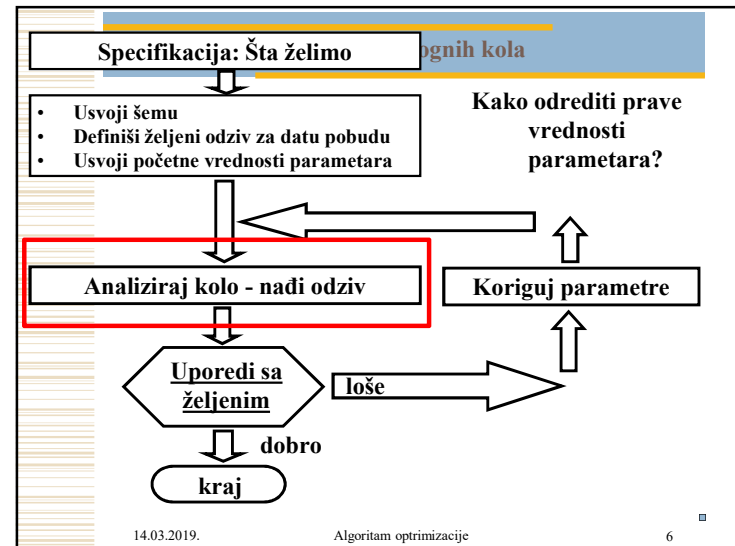
željeni odziv

Kako odrediti prave vrednosti parametara?

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
http://leda.elfak.ni.ac.rs/
21.03.2016.



5



Projektovanje elektronskih kola

Tokom svakog koraka neophodno je **analizirati ponašanje kola** sa korigovanim vrednostima parametara.

Zato ovaj deo projektovanja počinjemo upoznavanjem sa metodama za analizu elektronskih kola u okviru poglavlja

ANALIZA ELEKTRONSKIH KOLA
pomoću računara
(a kako bi inače?)



14.03.2019.

7

Projektovanje elektronskih kola

ANALIZA ELEKTRONSKIH KOLA pomoću računara

Računaru treba zadati:

- opis kola,
- pobudu i
- šta želimo da dobijemo (položaj radne tačke, prenosne karakteristike, frekvencijske karakteristike, talasni oblici napona/struja/snage,...)

na način koji on RAZUME.

Šta računar najbolje radi?

– računar računa!



14.03.2019.

8

Projektovanje elektronskih kola

ANALIZA ELEKTRONSKIH KOLA pomoću računara

Dakle, treba kolo podatke o

- kolu,
- pobudi i
- vrsti analize

pretočiti u matematičke jednačine.

Posle toga pustimo ga da radi ono što najbolje ume, a to je da RAČUNA.

Na kraju ga zamolimo da prikaže rezultate na način koji mi razumemo (brojevi, grafici)



14.03.2019.

9

Projektovanje elektronskih kola

Analiza elektronskih kola

1. Uvod
2. Analiza linearnih kola u DC domenu (jednosmerni režim)
3. Analiza linearnih kola u AC domenu (frekvencijski domen)
4. Analiza linearnih kola u TR domenu (vremenski domen)
5. Analiza nelinearnih kola u DC domenu
6. Analiza nelinearnih kola u TR domenu

14.03.2019.

10

Analiza kola

Analiza elektronskih kola

1. Uvod
2. Analiza linearnih kola u DC domenu (jednosmerni režim) 11
3. Analiza linearnih kola u AC domenu (frekvencijski domen)
4. Analiza linearnih kola u TR domenu (vremenski domen)
5. Analiza nelinearnih kola u DC domenu
6. Analiza nelinearnih kola u TR domenu

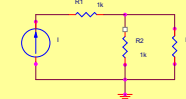
14.03.2019.

11

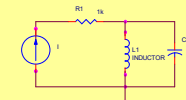
Analiza kola

Tipovi elektronskih kola

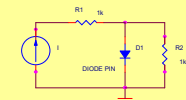
1. Linearna otporna



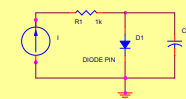
2. Linearna reaktivna



3. Nelinearna otporna



4. Nelinearna reaktivna



14.03.2019.

Analiza kola

Šta podrazumeva?

Odrediti odziv kola kada je poznata pobuda.

Odziv: Nepoznati naponi i struje u kolu

Pobuda: Poznate struje i naponi u kolu

Analiza:

Odrediti nepoznate napone i struje u kolu ako je poznata pobuda i vrednosti elemenata kola

14.03.2019.

13

Analiza kola

Tipovi analize?

Zavisno od **vrste pobude**, ima smisla analizirati ponašanje kola u

1. jednosmernom domenu (određivanje položaja jednosmerne radne tačke kola, statička prenosna karakteristika).
2. frekvencijskom domenu (frekvencijska karakteristika kola – amplitudska, fazna, analiza šuma)
3. vremenskom domenu (talasni oblik napona/struja na izlazu kola pobuđenog impulsima poznatog talasnog oblika)

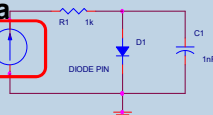
14.03.2019.

14

Tipovi analize kola

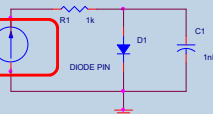
1. Jednosmerni domen (DC analiza)

$$I = 5\text{mA}$$



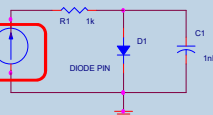
2. Frekvencijski domen (AC analiza)

$$i(t) = 5 \cdot 10^{-3} e^{j\omega t}$$



3. Vremenski domen (TR analiza)

$$i(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cos(2\pi f t + \varphi)$$



14.03.2019.

Analiza kola

Tipovi analize?

Zavisno od **vrste elemenata od kojih se kolo sastoji**, različiti tip problema i metoda za analizu

1. Linearna otporna kola (R, linearni generatori, nezavisni i kontrolisani)
2. Linearna reaktivna kola (R, L, C, m, ...)
3. Nelinearna otporna (poluprovodničke komponente, R)
4. Nelinearna reaktivna (poluprovodničke komponente, R, L, C, ...)

14.03.2019.

Analiza kola	
Tipovi elektronskih kola 1. Linearna otporna R 2. Linearna reaktivna L, C, m, ... 3. Nelinearna otporna dioda, tranzistor, R, ... 4. Nelinearna reaktivna dioda, tranzistor, R, L, C, ...	Tipovi analize kola 1. Jednosmerni domen (DC analiza) 2. Frekvencijski domen (AC analiza) 3. Vremenski domen (TR analiza)

14.03.2019. 17

Analiza kola	
Ponašanje linearnih otpornih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom linearnih algebarskih jednačina	
	$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$ $\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0$
Tip kola i analize 1. Linearna otporna kola u DC domenu	Matematički model 1. Linearne algebarske jednačine

14.03.2019. 18

Analiza kola	
Ponašanje linearnih otpornih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom linearnih algebarskih jednačina	
	$\frac{1}{R_1} V_1 - \frac{1}{R_1} V_2 = I$ $-\frac{1}{R_1} V_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V_2 = 0$
Tip kola i analize 1. Linearna otporna kola u DC domenu	Matematički model 1. Linearne algebarske jednačine

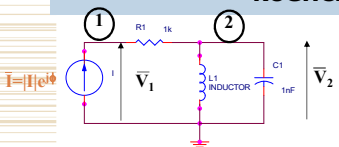
14.03.2019. 19

Analiza kola	
Ponašanje linearnih reaktivnih kola u frekvencijskom domenu opisuje se sistemom linearnih algebarskih jednačina sa kompleksnim koeficijentima	
	$\frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{R_1} = \bar{I}$ $\frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{R_1} + \frac{\bar{V}_2}{j\omega \cdot L_1} + j\omega \cdot C_1 \bar{V}_2 = 0$
Tip kola i analize 2. Linearna reaktivna u AC domenu	Matematički model 2. Linearne algebarske jednačine sa kompleksnim koeficijentima

14.03.2019. 20

Analiza kola

Ponašanje linearnih reaktivnih kola u frekvencijskom domenu opisuje se sistemom linearnih algebarskih jednačina sa kompleksnim koeficijentima



$$\frac{1}{R_1} \bar{V}_1 - \frac{1}{R_1} \bar{V}_2 = \bar{I}$$

$$-\frac{1}{R_1} \bar{V}_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega \cdot L_1} + j\omega \cdot C_1 \right) \bar{V}_2 = 0$$

Tip kola i analize

2. Linearna reaktivna u AC domenu

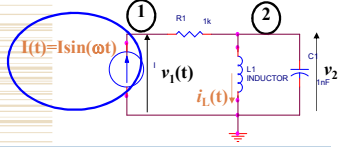
Matematički model

2. Linearne algebarske jednačine sa kompleksnim koeficijentima

14.03.2019.

Analiza kola

Ponašanje linearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom linearnih diferencijalnih jednačina



$$\frac{v_1(t) - v_2(t)}{R_1} = i(t)$$

$$\frac{v_2(t) - v_1(t)}{R_1} + i_L(t) + C_1 \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} = 0$$

$$v_2(t) - L \frac{\partial i_L(t)}{\partial t} = 0$$

Tip kola i analize

3. Linearna reaktivna u TR domenu

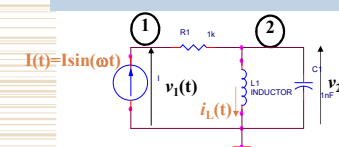
Matematički model

3. Linearne diferencijalne jednačine

14.03.2019.22

Analiza kola

Ponašanje linearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom linearnih diferencijalnih jednačina



$$\frac{1}{R_1} v_1(t) - \frac{1}{R_1} v_2(t) = i(t)$$

$$-\frac{1}{R_1} v_1(t) + \frac{1}{R_1} v_2(t) + i_L(t) + C_1 \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} = 0$$

$$v_2(t) - L \frac{\partial i_L(t)}{\partial t} = 0$$

Tip kola i analize

3. Linearna reaktivna u TR domenu

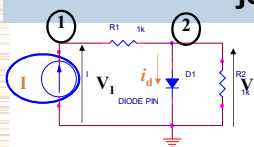
Matematički model

3. Linearne diferencijalne jednačine

14.03.2019.23

Analiza kola

Ponašanje nelinearnih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom nelinearnih algebarskih jednačina



$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + i_d(V_2) + \frac{V_2}{R_2} = 0$$

$$i_d(V_2) = I_s (e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1)$$

Tip kola i analize

4. Neinearna otporna u DC domenu

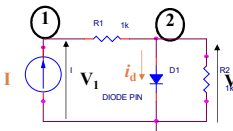
Matematički model

4. Nelinearne algebarske jednačine

14.03.2019.24

Analiza kola

Ponašanje nelinearnih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom nelinearnih algebarskih jednačina



$$\frac{1}{R_1} V_1 - \frac{1}{R_1} V_2 = I$$

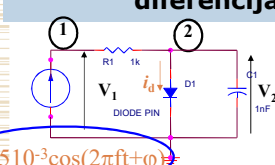
$$-\frac{1}{R_1} V_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_2 + I_s \left(e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1 \right) = 0$$

Tip kola i analize 4. Nelinearna otporna u DC domenu	Matematički model 4. Nelinearne algebarske jednačine
--	--

14.03.2019. 25

Analiza kola

Ponašanje nelinearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom nelinearnih diferencijalnih jednačina



$$\frac{v_1(t) - v_2(t)}{R_1} = i(t)$$

$$\frac{v_2(t) - v_1(t)}{R_1} + I_s \left(e^{\frac{v_2(t)}{V_T}} - 1 \right) + C \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} = 0$$

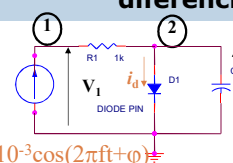
$i(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cos(2\pi f t + \varphi)$

Tip kola i analize 5. Nelinearna reaktivna u TR domenu	Matematički model 5. Nelinearne diferencijalne jednačine
--	--

14.03.2019. 26

Analiza kola

Ponašanje nelinearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom nelinearnih diferencijalnih jednačina



$$\frac{1}{R_1} v_1(t) - \frac{1}{R_1} v_2(t) = i(t)$$

$$-\frac{1}{R_1} v_1(t) + \frac{1}{R_1} v_2(t) + I_s \left(e^{\frac{v_2(t)}{V_T}} - 1 \right) + C \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} = 0$$

$i(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cos(2\pi f t + \varphi)$

Tip kola i analize 5. Nelinearna reaktivna u TR domenu	Matematički model 5. Nelinearne diferencijalne jednačine
--	--

14.03.2019. 27

Analiza kola

Tipovi kola i analize	Matematički model
1. Linearna otporna DC domen	1. Linearne algebarske jednačine
2. Linearna reaktivna AC domen	2. Linearne algebarske jednačine (kompleksne)
3. Linearna reaktivna TR domen	3. Linearne diferencijalne jednačine
4. Nelinearna otporna DC domen	4. Nelinearne algebarske jednačine
5. Nelinearna reaktivna TR domen	5. Nelinearne diferencijalne jednačine

14.03.2019. 28

Analiza kola

Matematički model

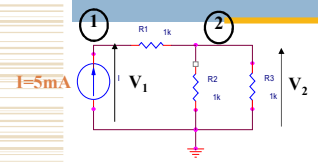
1. i 2. Linearne jednačine (realne i kompleksne)
3. Linearne diferencijalne jednačine
4. Nelinearne algebarske jednačine
5. Nelinearne diferencijalne jednačine

Način rešavanja sistema j-na

1. i 2. LU faktorizacija (Gauss)
3. Numeričko integraljenje - diskretizacija - svođenje na linearne algebarske (Euler)
4. Linearizacija - iterativno svođenje na linearne algebarske (Newton-Kantorovič)
5. Diskretizacija - svođenje na nelinearne algebarske i linearizacija - iterativno svođenje na linearne algebarske

14.03.2019.

Analiza kola



$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0$$

$$\frac{1}{R_1} V_1 - \frac{1}{R_1} V_2 = I$$

$$-\frac{1}{R_1} V_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) V_2 = 0$$

$$10^{-3} V_1 - 10^{-3} V_2 = 5 \cdot 10^{-3}$$

$$-10^{-3} V_1 + (10^{-3} + 10^{-3} + 10^{-3}) V_2 = 0$$

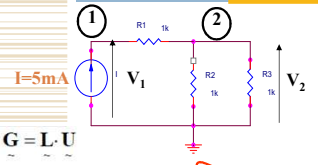
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10^{-3} & -10^{-3} \\ -10^{-3} & 3 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^{-3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$

14.03.2019. 30

Analiza kola



$$10^{-3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = 10^{-3} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

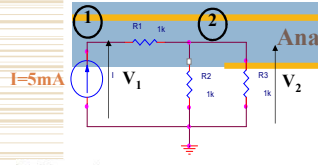
$$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\underline{\tilde{L}} \cdot \underline{\tilde{U}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ I_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{n1} & I_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_1 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

14.03.2019. 31

Analiza kola



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\underline{\tilde{L}} \cdot \underline{\tilde{U}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ I_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{n1} & I_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{L}} \cdot \underline{\tilde{x}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ I_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{n1} & I_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{U}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{x}}$$

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

14.03.2019. 32

Analiza kola

$$\underline{\tilde{L}} \cdot \underline{\tilde{x}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

$$x_1 = i_1$$

$$l_{21}x_1 + x_2 = i_2 \Rightarrow x_2 = i_2 - l_{21}x_1$$

$$\underline{\tilde{U}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{x}}$$

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

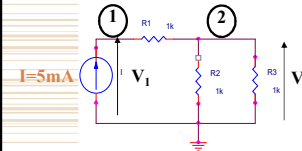
$$v_{n-1} = (x_n - u_{n-1n}v_n)/u_{n-1n-1}$$

$$u_{nn}v_n = x_n \Rightarrow v_n = x_n/u_{nn}$$

14.03.2019.

33

Analiza kola



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\underline{\tilde{G}} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{G}} = \underline{\tilde{L}} \cdot \underline{\tilde{U}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

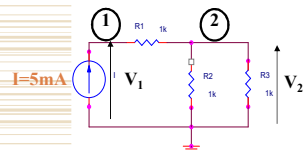
$$\underline{\tilde{L}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{U}} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

14.03.2019.

34

Analiza kola



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$\underline{\tilde{L}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{U}} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

$$l_{11} = 1$$

$$l_{12} = 0;$$

$$l_{21} = ?;$$

$$l_{22} = 1$$

$$u_{11} = ?$$

$$u_{12} = ?$$

$$u_{21} = 0$$

$$u_{22} = ?$$

$$u_{ij} = g_{ij}$$

$$u_{11} = g_{11} = 1;$$

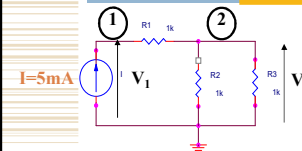
$$u_{12} = g_{12} = -1$$

$$\sum_{k=1}^n l_{ik} \cdot u_{kj} = g_{ij},$$

14.03.2019.

35

Analiza kola



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$$

$$l_{11} = 1$$

$$l_{12} = 0;$$

$$l_{21} = ?;$$

$$l_{22} = 1$$

$$\underline{\tilde{L}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

$$u_{11} = g_{11} = 1$$

$$u_{12} = g_{12} = -1$$

$$u_{21} = 0$$

$$u_{22} = ?$$

$$\underline{\tilde{U}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

$$\sum_{k=1}^n l_{ik} \cdot u_{kj} = g_{ij},$$

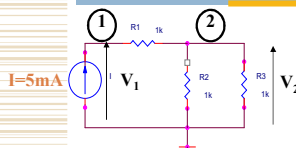
$$\text{za } i = 2, j = 1, n = 2$$

$$l_{21} \cdot u_{11} + l_{22} \cdot u_{21} = l_{21} \cdot u_{11} + l_{22} \cdot 0 = g_{21} \Rightarrow l_{21} \cdot u_{11} = g_{21} \Rightarrow l_{21} = \frac{g_{21}}{u_{11}} = \frac{-1}{1} = -1$$

14.03.2019.

36

Analiza kola



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

$$\begin{matrix} l_{11} = 1 \\ l_{12} = 0; \\ l_{21} = -1; \\ l_{22} = 1 \end{matrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} u_{11} = g_{11} = 1 \\ u_{12} = g_{12} = -1 \\ u_{21} = 0 \\ u_{22} = ? \end{matrix} \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

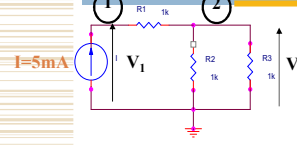
$$\sum_{k=1}^n l_{ik} \cdot u_{kj} = g_{ij},$$

za $i = 2, j = 2, n = 2$

$$l_{21} \cdot u_{12} + l_{22} \cdot u_{22} = l_{21} \cdot u_{12} + 1 \cdot u_{22} = g_{22} \Rightarrow u_{22} = g_{22} - l_{21} \cdot u_{12} \Rightarrow u_{22} = 3 - 1 = 2$$

14.03.2019. 37

Analiza kola



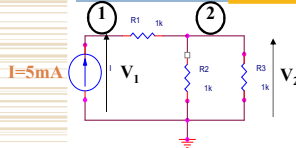
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

14.03.2019. 38

Analiza kola



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

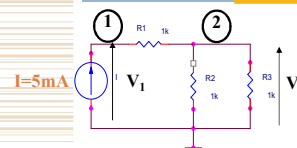
$$\underline{L} \cdot \underline{x} = \underline{i}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x_1 = 5 \Rightarrow -1 \cdot x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = x_1 = 5$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

14.03.2019. 39

Analiza kola



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

$$\underline{U} \cdot \underline{v} = \underline{x}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 2 \cdot v_2 = 5 \Rightarrow v_2 = 2.5V$$

14.03.2019. 40

Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{i}$$

$\mathbf{U} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{x}$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$1 \cdot v_1 - 1 \cdot v_2 = 5 \Rightarrow v_1 = 5 + v_2 = 5 + 2.5 = 7.5V$

$v_2 = 2.5V$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.5 \\ 2.5 \end{bmatrix}$$

14.03.2019. 41

Analiza kola

Šta može Spice?

14.03.2019. 42

Analiza kola

Šta može Spice?

Primer analize DC linearnih kola

14.03.2019. 43

Analiza kola

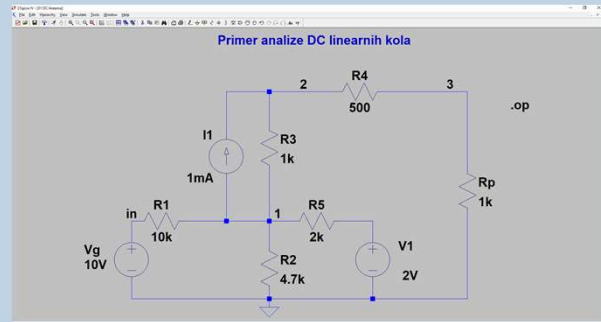
Šta može Spice?

Primer analize DC linearnih kola

14.03.2019. 44

Analiza kola

Šta može Spice?

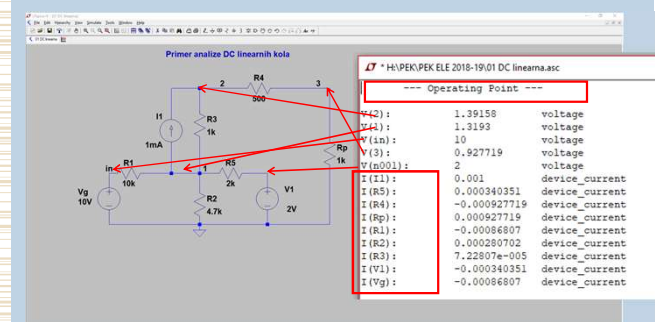


14.03.2019.

45

Analiza kola

Šta može Spice?

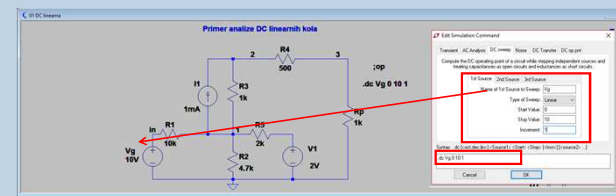


14.03.2019.

46

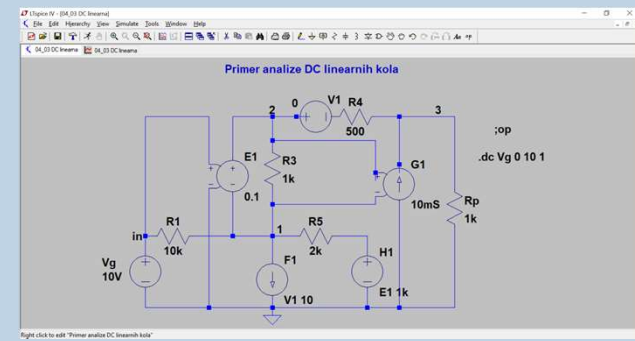
Analiza kola

Šta može Spice?



Analiza kola

Šta može Spice?

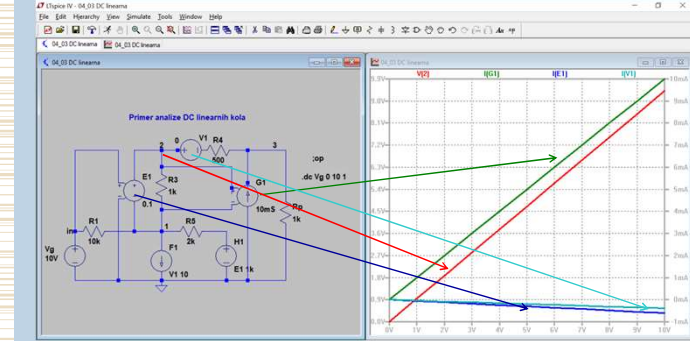


14.03.2019.

49

Analiza kola

Šta može Spice?



14.03.2019.

50

Analiza kola- Uvod - Šta smo naučili?

Šta treba da znamo?

Elementarno (za potpis)

Šta se podrazumeva pod analizom kola?

Osnovna (za 6)

1. Domeni analize kola
2. Tipovi kola i odgovarajući tip analize

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
http://leda.elfak.ni.ac.rs/
24.02.2011



51

Analiza kola - Uvod

Šta treba da znamo?

Ispitna pitanja

- a) Koji tip jednačina opisuje ponašanje linearnih otpornih kola u jednosmernom domenu?
- b) Koji tip jednačina opisuje ponašanje linearnih reaktivnih kola u frekvencijskom domenu?
- c) Koji tip jednačina opisuje ponašanje nelinearnih otpornih kola u jednosmernom domenu?
- d) Koji tip jednačina opisuje ponašanje linearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu?
- e) Koji tip jednačina opisuje ponašanje nelinearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu?
- f) Koji metod se koristi za numeričko rešavanje linearnih algebarskih jednačina?

http://leda.elfak.ni.ac.rs/
24.03.2019.



52